

基極含量子井結構異質接面電晶體的工作特性

廖淑慧 吳璿佶 楊賀信

中州技術學院電子工程系

51003彰化縣員林鎮山腳路三段二巷六號

摘要

本論文探討基極區具有量子井結構異質接面雙極性電晶體的直流特性。我們將雙異質接面電晶體視為雙障壁位能井之結構，探討電子在此種雙障壁位能井之共振穿透能力。首先利用傳播矩陣方法分析雙障壁位能井之電子穿隧效應，接著再將此位能井應用於異質接面雙極性電晶體分析。我們先設定各種量子井層寬度、能障高度、寬度，來了解在不同的條件下，所產生的穿隧機率。研究結果發現，電子的穿隧機率會同時受到許多因素的影響，所以若使用奈米級的元件結構時，對電子在材料中的運動行為需要花更多的電性或是物理特性分析。最後，我們探討基極區具有量子井結構異質接面雙極性電晶體的直流特性，分別檢視在此結構的元件Ic-Vc與Gummel plot特性曲線。

關鍵詞：量子井，GaAs電晶體，穿隧效應

The Effects of Quantum Wells on the Behavior of a SiGe HBT

SHU-HUI LIAO, CHIN-CHI WU, AND HE-HSIN YANG

*Department of Electronic Engineering, Chung Chou University of Science and Technology,
Changhua County 51003, Taiwan*

ABSTRACT

This paper discusses the device of SiGe HBTs with silicon on insulator technology. The propagation matrix method (PMM) was used to find the transmission resonances of a symmetric double-barrier. Simulation results suggest that the transmission resonances can be affected by the potential barrier width and the potential well width. In the investigation, there are peaks in transmission at energy less than the potential barriers energy, 0.8 eV. The resonance at lower energy has a value of quite narrow in energy. For the case of higher energy, if there is one, the resonance energy is broad. The results show good agreement with other existing models. Finally, the device of SiGe HBT with quantum wells in base was investigated. The performance of the bipolar junction transistor operation and then the bipolar transistor I-V characteristics, Gummel plot, and current gain were presented.

Key Words: Quantum Well, GaAs BJT, Resonant Tunneling effect

一、前言

在古典力學的理论之下，只有在電子的能量高於能量位障的情況之下，才可以越過能量位障，否則只有被侷限在能量位障之中。反之在量子力學中無論電子的能量是否高於能量位障，均有穿過能量位障之機率。

1973 年共振穿隧二極體首先被 Tsu 與 Esaki 提出，詳細的結構特性則由 Chang 等人發表相關的研究成果。近年來，穿隧二極體的理论分析與製程技術不斷的推陳出新，國內外各研究群紛紛爭相報導，發表相關研究成果[1-5]。

雙障壁位能井之共振穿隧元件目前已有許多研究成果與應用，本文以傳播矩陣方法分析異質接面電晶體之電子穿隧效應。我們將異質接面電晶體視為雙障壁之位能井之結構，探討電子在此種雙障壁位能井之共振穿隧能力。希望透過本研究過程，能更加了解異質接面電晶體元件之特性與可能的應用。

二、研究方法

我們將雙異質接面電晶體視為雙障壁位能井之結構，利用傳播矩陣方法探討電子在此種雙障壁位能井之共振穿隧能力。圖1是本研究探討之雙異質接面電晶體示意圖。在此元件中，砷化鎵(GaAs)是一個量子井層，此量子井層夾在位障層砷化鋁鎵(AlxGa1-xAs)之間。使用傳播矩陣方法分析雙異質接面電晶體之電子穿隧效應。傳播矩陣法的解析原則，是將能障細分為一連串之次能障，以計算共振穿隧機率。雙異質接面電晶體元件之最上層與最底層是摻雜區，砷化鎵(GaAs)量子井層與砷化鋁鎵(AlxGa1-xAs)位障層則是未摻雜區。

我們假設電子有效質量為 $0.07m_0$ ($m_0 = 9.11 \times 10^{-31}$ kg)，元件的摻雜濃度為 10^{17}cm^{-3} 。電子的最低能量為 $E_{\min} = 0$ ，最高能量為 $E_{\max} = 1.4 \text{ eV}$ 。元件結構中第一個能障高度為 V_{b1} ，第二個能障高度為 V_{b2} 。能障寬度為 B_{x1} 與 B_{x2} ，量子井層寬度 W_{x1} 。為了能清楚了解電子在雙障壁位能井之結構中的穿隧特性，我們分別設定各種能障高度(V_{b1} 與 V_{b2})、寬(B_{x1} 與 B_{x2})度以及量子井層寬度(W_{x1})，分析在各種結構條件下電子的穿隧機率。接著，利用元件模擬軟體分析基極區具有量子井結構之 GaAs/AlGaAs 異質接面雙極性電晶體之直流特性。

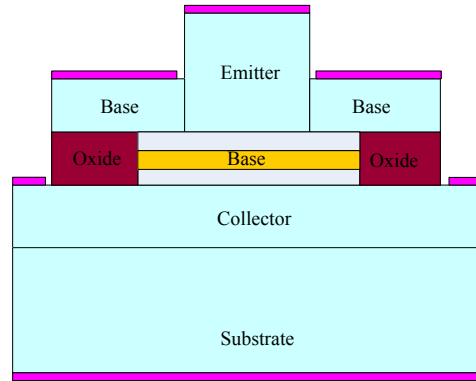


圖 1. 基極區具有量子井結構異質接面雙極性電晶體示意圖。

我們利用傳播矩陣方法探討電子在基極區具有量子井結構異質接面雙極性電晶體的特性，探討電子在此種雙障壁位能井之共振穿隧能力。希望透過本研究主題的探討過程，能更加了解雙異質接面電晶體元件之特性與可能的應用。

在研究的過程中波函式(wave function Ψ)非常重要，可由薛丁格方程式(Schrödinger equation)取得

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2}[E - U(x)]\Psi = 0 \quad (2.1)$$

對高度 U_0 、寬度 W 之方型位障而言，波函式(wave function Ψ)之一般式為與 $\exp(\pm ikx)$ 成正比之形式，其中 $k = \sqrt{2m^*(E - U_0)}/\hbar$ 。穿隧機率为

$$T_i = \left[1 + \frac{U_0 \sinh^2(|k|W)}{4E(U_0 - E)} \right]^{-1} \quad (2.2)$$

$$= \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2} \exp(-2\sqrt{\frac{2m^*(U_0 - E)}{\hbar^2}}W)$$

利用 WKB (Wentzel- Kramers- Brillouin) 近似解，穿隧機率可進一步表示為

$$T_i \approx \exp\left\{-2\int_{x_1}^{x_2}|k(x)|dx\right\} \quad (3.3)$$

$$= \exp\left\{-2\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{\frac{2m^*[U(x) - E]}{\hbar^2}}dx\right\}$$

在本論文中，有別於薛丁格方程式(Schrödinger equation)法或是 WKB (Wentzel- Kramers- Brillouin) 近似解法，我們假設電子有效質量為 $0.07m_0$ ，利用傳播矩陣方法探討電子在此種雙障壁位能井之共振穿隧能力[3.6]。傳播矩陣法的解析原則，是將能障細分為一連串

之次能障，以計算共振穿透穿隧機率。假設第j個區域之能障能量 eV_j ，第j+1個區域之能障能量 eV_{j+1} ，可得波向量(wave vector)為

$$k_j = \frac{(2m(E - eV_j))^{1/2}}{\hbar} \quad (2.4)$$

以及第j個區域與第j+1個區域之波函式為

$$\Psi_j = A_j e^{ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} \quad (2.5)$$

$$\Psi_{j+1} = C_{j+1} e^{ik_{j+1} x} + D_{j+1} e^{-ik_{j+1} x} \quad (2.6)$$

其中A、B、C以及D為對應之係數。我們可以用矩陣方程式表示在位置 x_{j+1} 之位障如下 [3,10]：

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k_{j+1} & k_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

並可改寫為

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \bar{P}_{j(step)} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

其中 $\bar{P}_{j(step)}$ 為 2×2 矩陣(matrix)，用以描述第j個能障。

$$\bar{P}_{j(step)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} & 1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} \\ 1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} & 1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

若傳播之對應距離為 L_j ，所產生之對應相位變化為

$$\begin{bmatrix} e^{ik_j L_j} & 0 \\ 0 & e^{-ik_j L_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

或

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \bar{P}_{j(phase)} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

我們可將傳播矩陣 \bar{P}_j 改寫為

$$\bar{P}_j = \bar{P}_{j(step)} \bar{P}_{j(phase)} \quad (2.12)$$

所以，若對應N個次位能障(N potential steps)，可得

$$\bar{P} = \bar{P}_1 \bar{P}_2 \bar{P}_3 \cdots \bar{P}_j \cdots \bar{P}_{N-1} \bar{P}_N = \prod_{j=1}^{j=N} \bar{P}_j \quad (2.13)$$

我們可將矩陣改寫如下

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \left(\prod_{j=1}^{j=N} \bar{P}_j \right) \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \bar{P} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

三、結果與討論

我們利用傳播矩陣方法探討電子在量子井結構的共振穿隧能力。接著再分析基極區具有量子井結構之GaAs/AlGaAs異質接面雙極性電晶體之直流特性。

對於電子在量子井結構的共振穿隧能力，圖 2-1 為固定能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0 \text{ nm}$ 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6 \text{ nm}$ 之情況下，調整能障高度 (V_{b1} 與 V_{b2} 介於 $0.4 \sim 1.0 \text{ eV}$) 所對應之穿透係數。研究發現在固定能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0 \text{ nm}$ 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6 \text{ nm}$ 之情況下，隨著能障高度的變化，都呈現出有低於能障高度之穿隧機率。圖 2-2 為固定能障高度 V_{b1} 與 $V_{b2} = 0.6 \text{ eV}$ 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.0 \text{ nm}$ 之情況下，調整能障寬度 B_{x1} 與 B_{x2} 介於 $2.0 \sim 5.0 \text{ nm}$ ，分析其所對應之穿透係數。我們發現隨著能障寬度的增大，它的穿隧機率也逐漸下降，所以在奈米結構中，才有顯著的穿隧效應。圖 2-3 則是在固定能障高度 V_{b1} 與 $V_{b2} = 0.6 \text{ eV}$ 與能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0 \text{ nm}$ 之情況下，改變量子井層寬度 W_{x1} 使其介於 $1.8 \sim 5.4 \text{ nm}$ ，並比較其所對應之穿透係數。我們發現當量子井層寬度由 1.8 nm 增為 3.6 nm 時，穿隧機率下降了，但是若繼續增加量子井層寬度為 5.4 nm 時，穿隧機率卻又增加。

對於基極區具有量子井結構之 GaAs/AlGaAs 異質接面雙極性電晶體之直流特性，此元件之 I-V 特性曲線呈現於圖 3，圖 4 則是 Gummel plot 特性曲線。

古典力學顯示，電子的能量必須高於能障高度才能自圖型的左側越過障礙物到達右側。我們透過本論文研究體驗到量子穿隧效應確實存在於奈米結構裝置中。因為在奈米結構時，電子的穿隧機率會同時受到許多因素的影響，所以若使用奈米級的元件結構時，對電子在材料中的運動行為須要花更多的電性或是物理特性分析。

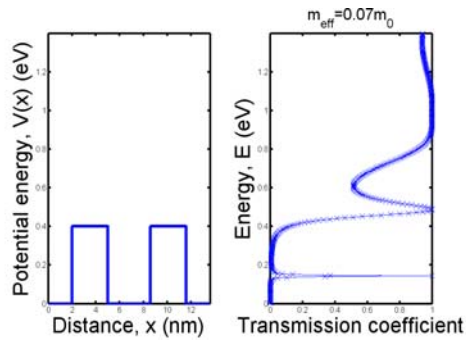


圖 2-1(a) 固定能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.4$ eV 所對應之穿透係數。

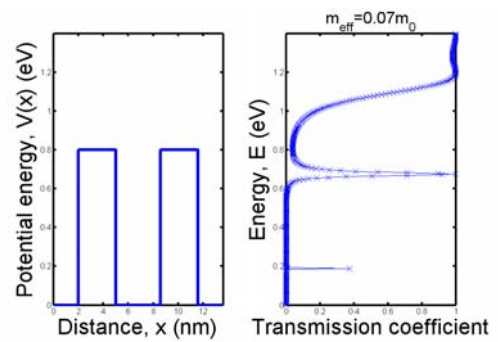


圖 2-1(c) 固定能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.8$ eV 所對應之穿透係數。

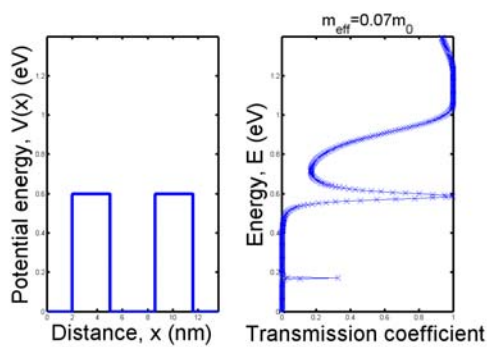


圖 2-1(b) 固定能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.6$ eV 所對應之穿透係數。

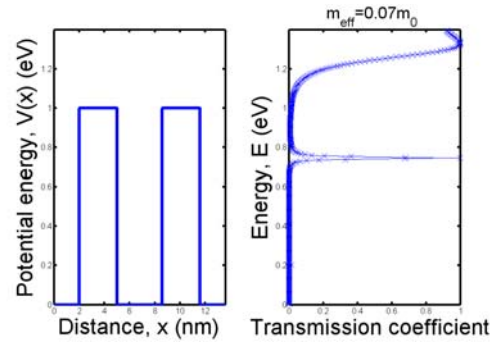


圖 2-1(d) 固定能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 1.0$ eV 所對應之穿透係數。

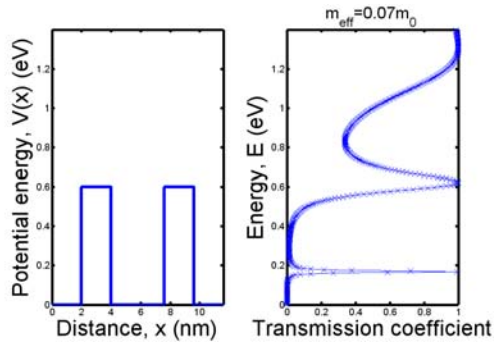


圖 2-2(a) 固定能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.6$ eV 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 2.0$ nm 所對應之穿透係數。

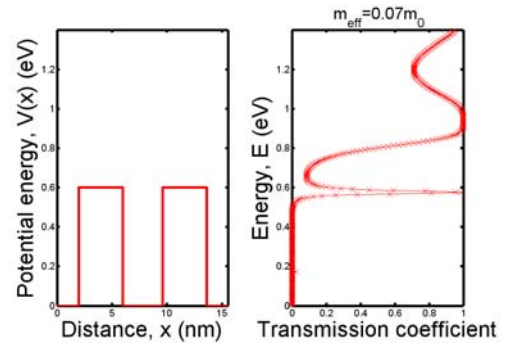


圖 2-2(c) 固定能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.6$ eV 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 4.0$ nm 所對應之穿透係數。

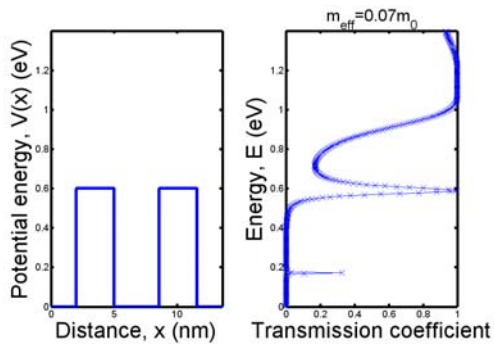


圖 2-2(b) 固定能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.6$ eV 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 所對應之穿透係數。

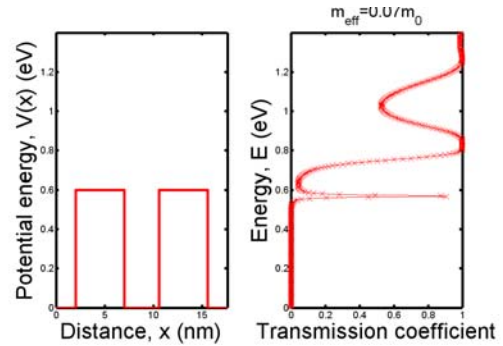


圖 2-2(d) 固定能障高度 $V_{b1} = V_{b2} = 0.6$ eV 與量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 之情況下，能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 5.0$ nm 所對應之穿透係數。

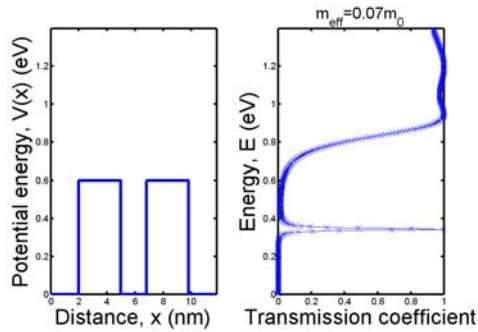


圖 2-3(a) 固定能障高度 V_{b1} 與 $V_{b2} = 0.6$ eV 與能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 之情況下，量子井層寬度 $W_{x1} = 1.8$ nm 所對應之穿透係數。

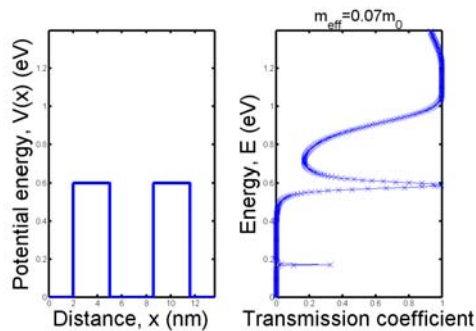


圖 2-3(b) 固定能障高度 V_{b1} 與 $V_{b2} = 0.6$ eV 與能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 之情況下，量子井層寬度 $W_{x1} = 3.6$ nm 所對應之穿透係數。

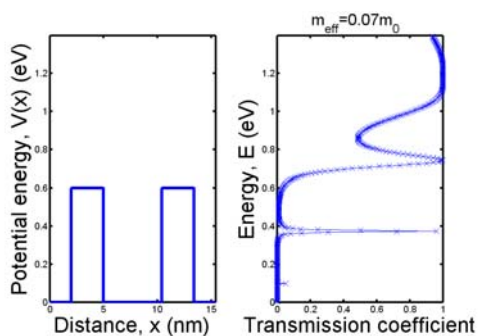


圖 2-3(c) 固定能障高度 V_{b1} 與 $V_{b2} = 0.6$ eV 與能障寬度 $B_{x1} = B_{x2} = 3.0$ nm 之情況下，量子井層寬度 $W_{x1} = 5.4$ nm 所對應之穿透係數。

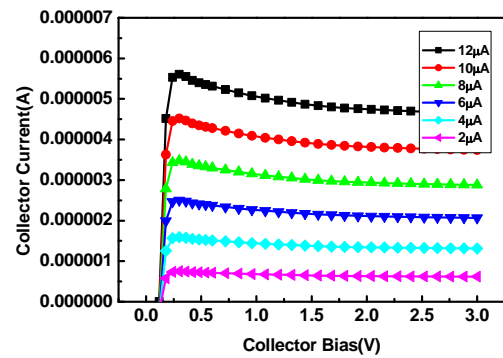


圖 3. 具有量子井結構之 GaAs/AlGaAs 異質接面雙極性電晶體之 I-V 特性曲線。

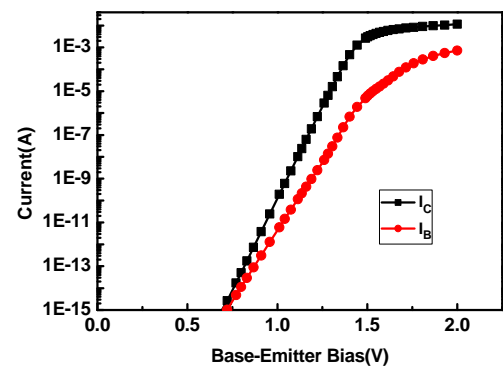


圖 4. 具有量子井結構之 GaAs/AlGaAs 異質接面雙極性電晶體之 Gummel plot 特性曲線。

四、結論

古典力學顯示，電子能量必須高於能障高度才能自圖型的左側越過障礙物到達右側。我們透過本論文研究體驗到量子穿隧效應確實存在於奈米結構裝置中，並且分析具有量子井結構之 GaAs/AlGaAs 異質接面雙極性電晶體之直流工作特性。因為在奈米結構時，電子的穿隧機率會同時受到許多因素的影響，所以若使用奈米級的元件結構時，對電子在材料中的運動行為須要花更多的電性或是物理特性分析。

參考文獻

- [1] Tsu, R. and L. Esaki (1973) Tunneling in a finite Superlattice, *Appl. Phys. Lett.* **22**, 562-564
- [2] L.L. Chang, L. Esaki, and R. Tsu (1974) Resonant Tunneling in Semiconductor Double Barriers, *Appl. Phys. Lett.* **24**, 593-595
- [3] Shewchuk, T. J., P. C. Chapin, and P. D. Coleman (1985) Resonant Tunneling Oscillations in a GaAs-Al_xGa_{1-x}As Heterostructure at Room Temperature, *Appl. Phys. Lett.* **46**, 508-510
- [4] Tsuchiya, M., H. Sakaki, and J. Yoshino (1985) Room Temperature Observation of Differential Negative Resistance in an AlAs/GaAs/AlAs Resonant Tunneling Diode, *Jpn. J. Appl. Phys.* **24**, L466-L468.
- [5] Wu, J. S., C. Y. Chang, C. P. Lee, K. H. Chang, D. G. Liu, and D. C. Liou (1990) Resonant tunneling of electrons from quantized levels in the accumulation layer of double-barrier heterostructures, *Appl. Phys. Lett.* **57**, 2311 -2313
- [6] Levi, A. F. J. (2003) *Applied Quantum Mechanics*, 168-, Cambridge University Press